

'21

前期日程

# 数 学 問 題

(理工学部 物質・環境類)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む6枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、問題 [5] と問題 [6] を含むすべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 問題 [1] から問題 [4] までは全て解答してください。問題 [5] (数学 III を含まない) と問題 [6] (数学 III を含む) は選択問題ですので、どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。「選択しない」と記入しなかった場合や問題 [5] と問題 [6] の両方を解答した場合は、両方の答案が0点になることがありますので、注意してください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
8. 問題 [5] と問題 [6] の選択問題の解答用紙を含む6枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

# 下書用紙 (1)



# 下書用紙 (2)



## 数 学

氏名

受験  
番号

1

円  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  と直線  $y = mx$  が異なる 2 点 P, Q で交わっているとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $m$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 円の中心を A とするとき,  $\triangle APQ$  の面積を  $m$  で表せ。
- (3) 線分 PQ の中点 M の座標を  $(p, q)$  とする。 $m$  の値が (1) の範囲で変化するとき,  $p$  と  $q$  の満たす方程式を  $p$  と  $q$  のみで表せ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

2

M, A, E, B, A, S, H, I の 8 文字を使ってできる文字列について、次の問いに答えよ。ただし、A と A の 2 文字は区別せず、また、8 文字のうち母音は A, E, I である。

- (1) 8 文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。
- (2) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、A が隣り合うものはいくつあるか。
- (3) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、どの母音も隣り合わないものはいくつあるか。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

3

$k$  と  $l$  は  $0 < k < 1, 0 < l < 1$  を満たす。 $\triangle OAB$  は 1 辺の長さが 1 の正三角形とし、辺  $OA$  を  $k : (1 - k)$  に内分する点を  $C$ 、辺  $OB$  を  $l : (1 - l)$  に内分する点を  $D$  とする。 $O$  を通り直線  $CD$  に垂直な直線と、直線  $AB$  との交点を  $E$  とする。 $E$  が線分  $AB$  を  $(1 + m) : m$  に外分するとき、次の問いに答えよ。ただし、 $m > 0$  である。

- (1)  $k > 2l$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $m$  を  $k$  と  $l$  を用いて表せ。
- (3) 直線  $CD$  と直線  $OE$  との交点を  $P$  とするとき、 $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OE}$  を満たす  $s$  を  $k$  と  $l$  を用いて表せ。
- (4)  $k = 3l$  のとき、前問 (3) の  $s$  を  $l$  を用いて表せ。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

4

次の条件によって定まる数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について答えよ。  $n$  を正の整数とするとき、

$$a_1 = 1, \quad b_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}.$$

- (1) 不等式  $b_m < a_m$  を満たす正の整数  $m$  をすべて求めよ。  
(2)  $a_1, b_1, a_m, b_m, a_{m+1}, b_{m+1}$  の大小関係を不等号  $<$  を用いて表せ。ここで、 $m$  は 2 以上の整数である。

[ 解答欄 ]

得  
点

## 数 学

氏名

受験  
番号

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。  
また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

5

$a, b, c$  は実数の定数とし、また関数  $f(x) = ax$ ,  $g(x) = bx + c$  は次の 3 つの条件を満たしている。

$$(i) \int_0^1 f(x)^2 dx = 1, \quad (ii) \int_0^1 g(x)^2 dx = 1, \quad (iii) \int_0^1 f(x)g(x) dx = 0.$$

(1)  $a, b, c$  の値を求めよ。

(2) 2 つの実数  $s, t$  が  $\int_0^1 \{s f(x) + t g(x)\}^2 dx \leq 4$  を満たしているとき、 $-3s + t$  の最大値と、そのときの  $s, t$  の値を求めよ。

[ 解答欄 ]

補足説明  $f(x)^2$  は  $\{f(x)\}^2$  を、 $g(x)^2$  は  $\{g(x)\}^2$  をそれぞれ表す。

得  
点



## 数 学

氏名

受験  
番号

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。  
また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

6

$a, b, c$  を実数の定数とするとき、すべての実数  $x$  で定義された関数  $f(x)$  について、次の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0), \\ x^3 + ax^2 + bx + c & (0 < x \leq 1), \\ 0 & (x > 1). \end{cases}$$

- (1) 関数  $f(x)$  がすべての  $x$  で連続であるための、 $a, b, c$  についての必要十分条件を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  がすべての  $x$  で微分可能であるための、 $a, b, c$  についての必要十分条件を求めよ。
- (3)  $a, b, c$  が上の (2) で与えられた必要十分条件を満たすとき、関数  $f(x)$  の  $x = 0, x = 1$  における微分係数をそれぞれ求めよ。

[ 解答欄 ]

得  
点